DEFINITIONS DE GEOMETRIE.

notation d'une droite: *la droite passant par A et B se note (AB).*
demi-droite: *une demi-droite est une partie de la droite, elle a une seule extrémité appelée origine. La demi-droite d'origine A passant par B se note [AB).*
segment de droite: *le segment [AB] est l'ensemble de tous les points de la droite (AB) situés entre A et B, A et B compris. Un segment a deux extrémités.*
longueur d'un segment: *la longueur du segment [AB] se note AB.*
droites sécantes: *deux droites sont sécantes lorsqu'elles ont un unique point commun.*
droites parallèles: *deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne sont pas sécantes. Deux droites confondues sont parallèles.*
droites perpendiculaires: *deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles forment un angle droit.*
milieu d'un segment: *le milieu d'un segment[AB] est le point de la droite (AB) situé à égale distance de A et de B.*
points alignés: *on dit que des points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à la même droite.*
cercle: *le cercle de centre O de rayon R est l'ensemble des points M du plan tels que: OM = R*
arc de cercle: *un arc de cercle est une portion de cercle limitée par deux points.*
un rayon: *un rayon d'un cercle est un segment de droite dont l'une des extrémités est le centre du cercle et l'autre extrémité est un point du cercle.*
le rayon: *le rayon d'un cercle est la longueur d'un rayon.*
un diamètre: *un diamètre est un segment de droite dont les extrémités appartiennent au cercle et contenant le centre du cercle.*
le diamètre: *le diamètre d'un cercle est la longueur d'un diamètre. C'est le double du rayon.*
corde: *une corde d'un cercle est un segment dont les extrémités appartiennent au cercle.*

I. Parallélogramme:

Définition 1: *on appelle parallélogramme, un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.*
Définition 2: *on appelle parallélogramme un quadrilatère non croisé admettant une centre de symétrie.*
Définition 3: *on appelle parallélogramme un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés sont de même longueur deux à deux.*
Définition 4: *on appelle parallélogramme un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.*

II. Parallélogrammes particuliers:

Le losange: *c'est un parallélogramme particulier dont les côtés ont tous la même longueur.*
Ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Il a deux axes de symétrie: les supports de ses diagonales

Le rectangle: *c'est un parallélogramme particulier dont les côtés consécutifs sont perpendiculaires deux à deux.*
Ses diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu.
Il a deux axes de symétries: les médiatrices de ces côtés.

Le carré: *c'est un parallélogramme particulier, dont les côtés sont tous de même longueur et dont les côtés consécutifs sont perpendiculaires deux à deux.*
C'est un losange particulier et un rectangle particulier. Il a donc toutes les propriétés des parallélogrammes, des losanges et des rectangles.
Il a donc quatre axes de symétrie: les supports de ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

III. Comment reconnaître les parallélogrammes:

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un ***parallélogramme****.*
Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un ***parallélogramme****.*
Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèle et de même longueur, alors c'est un ***parallélogramme****.*
Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un ***parallélogramme****.*

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un ***rectangle****.*
Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un ***rectangle****.*

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un ***losange****.*
Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est nu ***losange****.*

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur et perpendiculaires, alors c'est un ***carré****.*
Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est un ***carré****.*

IV. <u>Les théorèmes importants</u>

*Si deux droites sont **parallèles**, toute droite **parallèle** à l'une est parallèle à l'autre.*
autre formulation: deux droites parallèles à une même droite sont parallèles.

*Si deux droites sont **perpendiculaires**, toute droite **perpendiculaire** à l'une est parallèle à l'autre.*
autre formulation: deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

*Si deux droites sont **perpendiculaires**, toute droite **parallèle** à l'une est perpendiculaire à l'autre.*

<u>Théorème de Pythagore:</u> *dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.*
Si ABC est rectangle en B, alors $AC^2 = AB^2 + BC^2$

<u>Réciproque du théorème de Pythagore</u>: *si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres, alors ce triangle est rectangle d'hypoténuse le premier côté.*

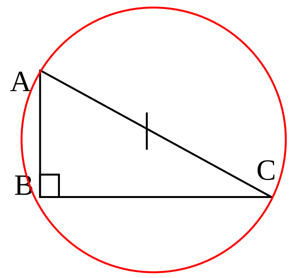
Si $\begin{cases} [AC] \text{ est le plus grand côté de } ABC \\ AC^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$*, alors ABC est rectangle en B*

<u>Les théorèmes liés à la droite des milieux</u>

Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.
Dans un triangle si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté.

<u>Triangle rectangle et cercle</u>

Si AMB est un triangle rectangle en M, alors AMB est inscrit d'ans un demi-cercle de diamètre [AB]



Si AMB est un triangle inscrit dans le cercle de diamètre [AB], alors le triangle AMB est rectangle en M.
(autre formulation: si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre, alors on obtient un triangle rectangle)

Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

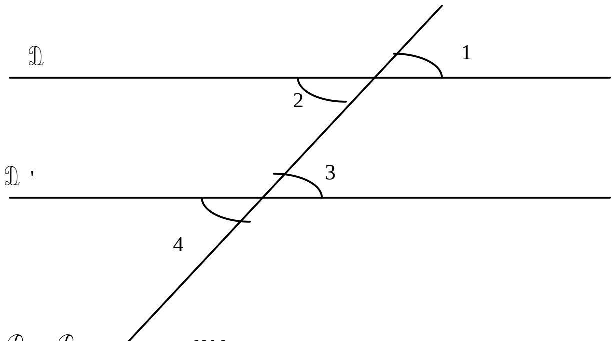
Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est à égale distance des trois sommets du triangle.

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit au triangle

<u>Théorème des sécantes coupées par 2 parallèles :</u>

dans le triangle ABC Si $\begin{cases} M \in [AB] \\ N \in [AC] \\ (MN) \parallel (BC) \end{cases}$ *, alors* $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

V. <u>A propos des angles:</u>



2 et 3 sont alternes-internes.
1 et 4 sont alternes-externes.
1 et 3 sont correspondants.
1 et 2 sont opposés par le sommet.

Si 𝒟 et 𝒟 ' sont parallèles, alors

- *les angles alternes-internes sont égaux.*
- *les angles alternes-externes sont égaux.*
- *les angles correspondants sont égaux.*

Si des angles alternes-internes sont égaux, alors les droites 𝒟 et 𝒟 ' sont parallèles.

Si des angles alternes-externes sont égaux, alors les droites 𝒟 et 𝒟 ' sont parallèles.

Si des angles correspondants sont égaux, alors les droites 𝒟 et 𝒟 ' sont parallèles.

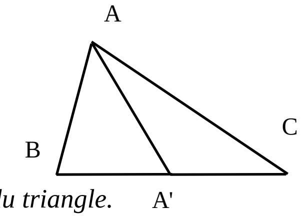
Des angles opposés par le sommet sont égaux

VI. <u>Tangente à un cercle</u>

Soit 𝒞 un cercle de centre O et M un point du cercle. La droite tangente à 𝒞 en M est la droite perpendiculaire à (OM) passant par M.

Les droites remarquables du triangle.

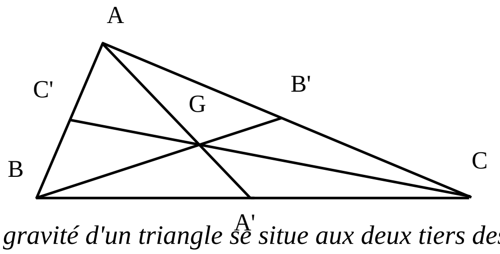
1) Les médianes.



Définition: *une médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.*

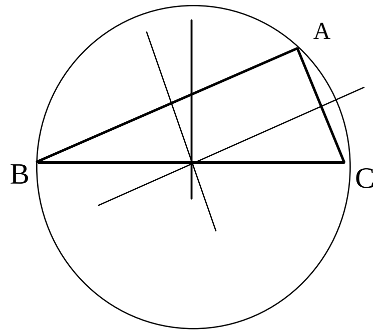
Théorème: *les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle.*

On a de plus: $\begin{cases} AG = \frac{2}{3}AA' \\ BG = \frac{2}{3}BB' \\ CG = \frac{2}{3}CC' \end{cases}$



autre formulation: le centre de gravité d'un triangle se situe aux deux tiers des médianes à compter des sommets

2) Les médiatrices .



médiatrice d'un segment: *la médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à un segment passant par son milieu.*

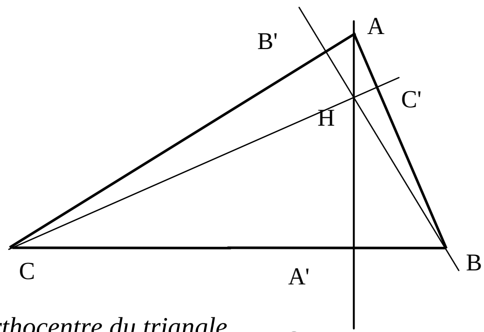
Propriété de la médiatrice d'un segment: *la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.*

Autre formulation: *si un point est à égale distance des extrémités du segment, alors ce point appartient à la médiatrice du segment.*
Si un point appartient à la médiatrice du segment, alors ce point est équidistant des extrémités du segment.

Définition: *une médiatrice d'un triangle est la médiatrice d'un côté du triangle.*

Théorème: *les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point. Ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle.*

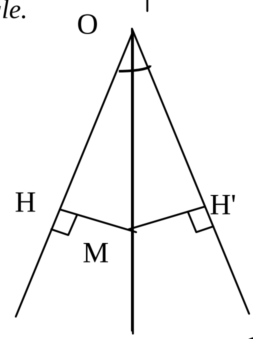
3) Les hauteurs .



Définition: *une hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.*

Théorème: *les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.*

4) Les bissectrices.



a) Bissectrice d'un angle.

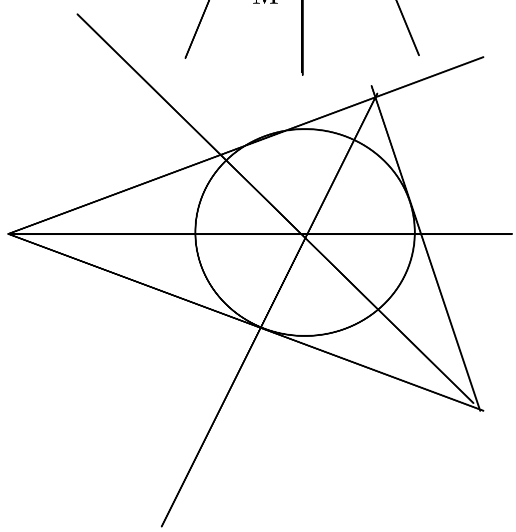
Définition: *la bissectrice d'un angle est la demi-droite séparant cet angle en deux angles égaux.*
Le support de la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

Théorème: *la bissectrice d'un angle est l'ensemble de tous les points intérieurs à l'angle situés à égale distance des côtés de l'angle.*

b) Bissectrice d'un triangle.

Définition: *une bissectrice d'un triangle est la bissectrice d'un angle au sommet du triangle.*

Théorème: *les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point. Ce point est le centre du cercle inscrit au triangle.*



Chapitre 1. Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire.

I. opérations sur les nombres en écriture fractionnaire

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \qquad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Technique: Pour calculer la somme ou la différence de plusieurs nombres en écriture fractionnaire, il faut REDUIRE les différentes écritures au même dénominateur.

II. Division par un quotient.

1) Inverse

Définition: on appelle inverse du nombre x (x différent de 0) le nombre y tel que: x y = 1.

exemple 1: 0,5 est l'inverse de 2.

Propriété : Si a et b sont non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

2) Division par un quotient

Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ***b, c et d sont différents de 0.***

Chapitre 2. Puissances

I. Définition des puissances

Si n est positif, an = a $\times$ a $\times$... $\times$ a avec n facteurs.

Si n est un entier positif, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Théorème: ã n est l'inverse de an.

remarque 1: a^{-1} est l'inverse de a. $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^1 = a$ $a^0 = 1$

II. Opérations sur les puissances

Si n et p sont deux entiers relatifs et a différent de 0, $a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $(a^n)^p = a^{n \times p}$

Si a et b sont différents de 0, $(a\,b)^n = a^n\, b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{a^p}$

Priorités opératoires

Dans un calcul, on effectue dans cet ordre:

- ***les calculs entre parenthèses***
- ***les puissances***
- ***les multiplications et les divisions***
- ***les additions et les soustractions.***

1) Ecriture scientifique.

Définition: on appelle écriture scientifique d'un nombre décimal une écriture de la forme: a $\times$ 10^n.
où a est un nombre décimal tel que : -10 < a ≤ -1 ou 1 ≤ a < 10.
et n est un nombre entier relatif.

exemple 1: $12{,}3 = 1{,}23 \times 10^1$ $-451{,}23 = -4{,}5123 \times 10^2$ $-0{,}000\,03 = -3 \times 10^{-5}$