Résoudre un système d'équations linéaires avec une TI.

Introduction

Cette méthode permet de vérifier que la solution trouvée à la main est la bonne solution d'un système.
Elle ne fonctionne que si le système admet une unique solution car elle repose sur le processus d'inversion de matrices (qui impose et induit l'unicité de la solution).
La résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, de trois équations à trois inconnues… est la même.

Petit rappel (ou petite initiation) matriciel.

Le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ s'écrit sous forme matricielle: $\underbrace{\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}}_{A}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$

Le système $\begin{cases} ax+by+cz=d \\ a'x+b'y+c'z=d' \end{cases}$ s'écrit sous forme matricielle: $\underbrace{\begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a" & b" & c" \end{pmatrix}}_{A}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$

On a donc (par exemple pour le second calcul: $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$

qui équivaut à $A^{-1}A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=A^{-1}\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=A^{-1}\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$

Conclusion:

pour résoudre le système S, il faut entrer la matrice A, la matrice colonne $\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$, puis calculer $A^{-1}\begin{pmatrix} d \\ d' \\ d" \end{pmatrix}$.

La matrice colonne réponse est la solution du système.

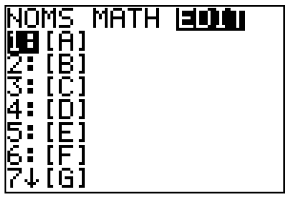
Application

On considère le système (S).$\begin{cases} 2x+3y+4z=20 \\ x+y+z=6 \\ x-2y+3z=6 \end{cases}$ On a donc $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

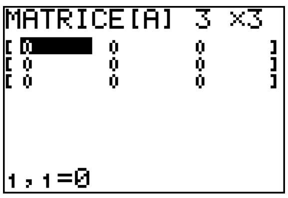
Entrée de la matrice A:

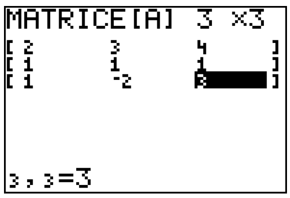
Avec la TI 84:

Entrer la taille de la matrice: [2nd][x^{-1}][▶][▶][ENTER][3][ENTER][3][ENTER]
Puis entrer les valeurs de la matrice:
[2][ENTER][3][ENTER][4][ENTER]
[1][ENTER][1][ENTER][1][ENTER]
[1][ENTER][(-)][2][ENTER][3][ENTER]



Avec une TI 82 Statsfr: [matrice] EDIT [1]
Entrer la taille de la matrice: [3][▶][3][▶]
Puis entrer les valeurs de la matrice (séparés par (entrer))

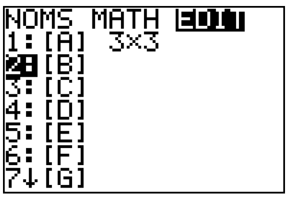


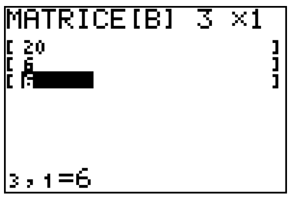


Entrer la matrice B:

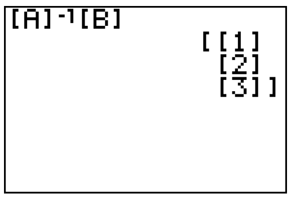
Avec la TI 84:

entrer la taille de la matrice:
[2nd][x^{-1}][▶][▶][▼][ENTER][3][ENTER][1][ENTER]
Puis entrer les valeurs de la matrice:
[2][0][ENTER][6][ENTER][6][ENTER]
Puis sortir du mode matrice: [2nd][MODE]





Avec une TI 82 Statsfr : [matrice] EDIT [2]
Entrer la taille de la matrice: [3][▶][1][▶]
Puis entrer les valeurs de la matrice (séparées par (entrer))
Puis sortir du mode matrice: (2nde)[quitter]



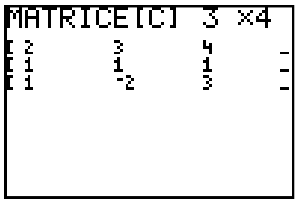
Il reste à entrer la formule $A^{-1}B$.
[matrice] [1] (x^{-1}) [matrice] [2] (entrer)

Le triplet solution est donc $(x,y,z)=(1,2,3)$

Résolution par la réduction de Jordan-Gauss:

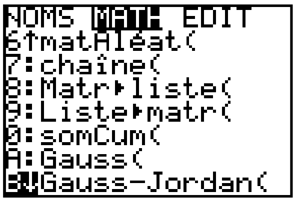
Cette méthode fonctionne également sur les matrices non inversibles, mais la réponse se lite moins facilement: on donne uniquement la solution:
Pour cet exemple, la matrice utilisée sera la matrice *C*.

Il faut d'abord entrer la matrice 3 × 4 : $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 20 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ comme pour la première méthode:



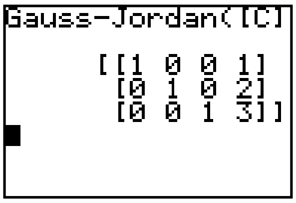
Puis il faut utiliser la réduction de Jordan-Gauss

[matrice] MATH



descendre jusqu'à GAUSS-JORDAN(

[matrice] 3 (entrer)



Le résultat se lit de la façon suivante: $\begin{cases} 1x + 0y + 0z = 1 \\ 0x + 1y + 1z = 2 \\ 0x + 0y + 1z = 3 \end{cases}$

La solution est donc le triplet: (1,2,3).